

ВКЛАД ВИДА КРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ РЕШЕТКИ В ФОРМИРОВАНИЕ УСЛОВИЯ ТЕКУЧЕСТИ

CONTRIBUTION OF THE TYPE OF THE CRYSTAL LATTICE TO FORMATION OF THE PLASTICITY CONDITION

Логинов Ю.Н., Соловей В.Д., Котов В.В.

Уральский федеральный университет, г. Екатеринбург, unl@mtf.ustu.ru

Институт машиноведения УрО РАН

Contribution of the type of the crystal lattice to formation of the plasticity condition is provided.

Из металлов, обладающих гексагональной решеткой, наибольшее распространение в промышленности получили магний и альфа-титановые сплавы. В связи с этим в УрФУ и институте машиноведения УрО РАН постоянно проводятся исследования, направленные на изучение свойств этих материалов [1-6], создание и усовершенствование [7] технологий их обработки. Кроме того, большое внимание в отечественных и зарубежных исследованиях в интересах атомной

энергетики в последнее время уделяется проблемам деформации циркония и его сплавов, обладающих ГПУ-решеткой.

Для описания деформации анизотропных металлов с изотропным упрочнением наиболее широкое распространение получило условие текучести Р.Хилла [10], которое выглядит следующим образом:

$$H(S_{xx} - S_{yy})^2 + F(S_{yy} - S_{zz})^2 + G(S_{zz} - S_{xx})^2 + 2N \cdot S_{xy}^2 + 2L \cdot S_{yz}^2 + 2M \cdot S_{zx}^2 = 1, \quad (1)$$

где $S_{ij}(i, j = x, y, z)$ – компоненты девиатора напряжений, H, F, G, N, L, M – параметры анизотропии, которые можно определить по формулам:

$$\begin{aligned} H &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sigma_{Tx}^2} + \frac{1}{\sigma_{Ty}^2} - \frac{1}{\sigma_{Tz}^2} \right); \\ G &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sigma_{Ty}^2} + \frac{1}{\sigma_{Tz}^2} - \frac{1}{\sigma_{Tx}^2} \right); \\ F &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sigma_{Tz}^2} + \frac{1}{\sigma_{Tx}^2} - \frac{1}{\sigma_{Ty}^2} \right); \\ N &= \frac{1}{2\tau_{Txy}^2}; \quad L = \frac{1}{2\tau_{Tyz}^2}; \quad M = \frac{1}{2\tau_{Tzx}^2}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\sigma_{Ti}(i = x, y, z)$ и $\tau_{Tij}(i, j = x, y, z)$ – пределы текучести в ортогональных направлениях.

Как и в случае изотропного материала для нахождения механических характеристик материала потребуется проведение опытов с той разницей, что опыты придется провести, испытывая материал не в одном направлении, а в нескольких. Это в большой степени затрудняет оценку свойств материала, например, для испытания на растяжение придется вырезать стандартные образцы из полуфабриката, имеющего большую протяженность в одном направлении и малую протяженность в двух других

направлениях. В результате размер полуфабриката может оказаться меньше требуемой длины образца. Именно поэтому в работах [3-6] предложено применять образцы в форме куба, которые легко переориентировать в пространстве, а испытания проводить не на растяжение, а на осадку. Однако и такие опыты остаются довольно трудоемкими, потому что требуют изготовления большого количества образцов, различно ориентированных в пространстве. Поэтому актуальной задачей является сокращение количества измерений характеристик анизотропного материала.

Из теории пластичности известны приемы решения краевых задач, в которых не требуется полного описания всех компонент, входящих в полную систему дифференциальных уравнений механики деформации сплошной среды. В частных случаях постановки задач удается избавиться от тех компонентов, определение которых требует приложения больших трудозатрат. На основе этой идеи было принято решение рассмотреть частные случаи применения условия Р.Хилла (1) и, по возможности сократить количество экспериментов для определения характеристик деформируемого материала.

Для материалов, обладающих ГПУ-решеткой, можно допустить ориентацию большинства кристаллов вдоль одного из направлений обработки давлением, что создает возможность упрощения условия текучести. Титан и α -сплавы на его основе являются материалами с гексагональной плотноупакованной ГПУ - решеткой, кристаллиты которой представляет собой призму, в основании которой находится правильный шестиугольник (рис. 1).

Из рис. 1 видно, что такой кристаллит в направлении оси z имеет симметрию шестого порядка, а в направлениях осей x, y – симметрию

второго порядка. Следует отметить, что при повороте призмы вокруг оси z на угол 60° или вокруг любой из осей x и y на угол 180° ее грани занимают первоначальное положение. В дальнейшем в этой части работы производили перерасчет компонентов S_{ij} девиатора напряжений при повороте системы координат по формуле преобразования тензора при смене системы координат

$$S_{ij} = a_{ii'} a_{jj'} S_{i'j'} \quad , \quad (4)$$

где $a_{ii'}(i, i' = x, y, z)$, $a_{jj'}(j, j' = x, y, z)$ - направляющие косинусы. При повороте системы координат вокруг оси x на 180° получим

$$S_{xx} = S_{x'x'}; S_{xy} = -S_{x'y'}; S_{xz} = -S_{x'z'}; S_{yy} = S_{y'y'}; S_{yx} = -S_{y'x'}; \quad (5)$$

$$S_{yz} = S_{y'z'}; S_{zz} = S_{z'z'}; S_{zx} = -S_{z'x'}; S_{zy} = S_{z'y'}. \quad (6)$$

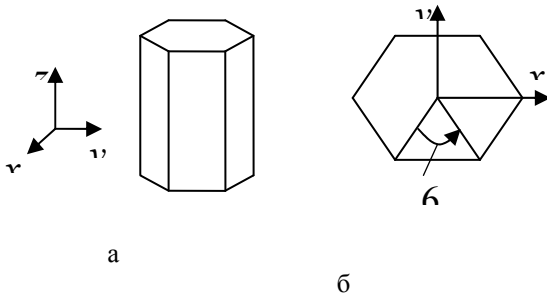


Рис. 1. Эскиз кристаллита ГПУ решетки: а – общий вид кристаллита в виде шестигранной призмы в системе координат, б – иллюстрация поворота призмы вокруг оси симметрии

Эти результаты преобразований согласуются с тремя очевидными положениями. Нормальные составляющие тензора напряжений при повороте на 180° остаются прежними. Касательные составляющие, содержащие в индексах координату x, должны поменять знак. Справедлив закон парности касательных напряжений.

Аналогичные результаты получены при повороте системы координат вокруг оси y на 180°:

$$S_{xx} = S_{x'x'}; S_{xy} = -S_{x'y'}; S_{xz} = S_{x'z'}; S_{yy} = S_{y'y'}; S_{yx} = -S_{y'x'}; \quad (7)$$

$$S_{yz} = -S_{y'z'}; S_{zz} = S_{z'z'}; S_{zx} = S_{z'x'}; S_{zy} = -S_{z'y'}. \quad (8)$$

При повороте системы координат вокруг оси z на 60° получили следующие результаты:

$$S_{xx} = \frac{1}{4} S_{x'x'} + \frac{3}{4} S_{y'y'} - \frac{\sqrt{3}}{2} S_{x'y'}; \\ S_{xy} = \frac{\sqrt{3}}{4} S_{x'x'} - \frac{\sqrt{3}}{4} S_{y'y'} - \frac{1}{2} S_{x'y'}; \quad (9)$$

$$S_{xz} = \frac{1}{2} S_{x'z'} - \frac{\sqrt{3}}{2} S_{y'z'}; \\ S_{yy} = \frac{3}{4} S_{x'x'} + \frac{1}{4} S_{y'y'} + \frac{\sqrt{3}}{2} S_{x'y'}; \quad (10)$$

$$S_{yx} = \frac{\sqrt{3}}{4} S_{x'x'} - \frac{\sqrt{3}}{4} S_{y'y'} - \frac{1}{2} S_{x'y'}; \\ S_{yz} = \frac{1}{2} S_{y'z'} - \frac{\sqrt{3}}{2} S_{x'z'}; \quad (11)$$

$$S_{zz} = S_{z'z'}; S_{zx} = \frac{1}{2} S_{x'z'} - \frac{\sqrt{3}}{2} S_{y'z'}; \\ S_{zy} = \frac{1}{2} S_{y'z'} - \frac{\sqrt{3}}{2} S_{x'z'}. \quad (12)$$

Полученные результаты позволяют получить систему уравнений взаимосвязи между параметрами анизотропии:

$$L = M; F = G; N = 2H + F. \quad (13)$$

С учетом этого уравнение (1), связывающее компоненты девиатора, преобразуется к виду:

$$H(S_{xx} - S_{yy})^2 + F(S_{yy} - S_{zz})^2 + F(S_{zz} - S_{xx})^2 + \\ + 2(2H + F) \cdot S_{xy}^2 + 2L \cdot S_{yz}^2 + 2L \cdot S_{zx}^2 = 1, \quad (14)$$

или для компонент тензора напряжений:

$$H(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + F(\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + F(\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + \\ + 2(2H + F) \cdot \sigma_{xy}^2 + 2L \cdot \sigma_{yz}^2 + 2L \cdot \sigma_{zx}^2 = 1. \quad (15)$$

Как видно из последних выражений, удалось сократить количество параметров уравнения Хилла с 6 до 3 (это параметры H, F, L), т.е. двукратно упростить как возможную процедуру решения, так и уменьшить количество экспериментов, необходимых для определения констант материала. В частных случаях количество востребованных для решения параметров может оказаться еще меньше. В условиях одноосного напряженного состояния получим при ориентации оси призмы вдоль оси z (рис.1):

$$F = \frac{1}{2\sigma_{zz}^2}; \text{ вдоль оси } x \quad H + F = \frac{1}{2\sigma_{xx}^2}; \text{ вдоль оси } y \quad H + F = \frac{1}{2\sigma_{yy}^2}.$$

Таким образом, при одноосном нагружении, располагая образец, имеющий одну из осей параллельную оси призмы, в ортогональных направлениях можно определить два из трех параметров анизотропии (H и F). При этом если для реального процесса деформации нет необходимости в

определении компоненты L , то краевая задача может быть решена. Именно эта методика была использована для описания анизотропных свойств магния [3] и одного из титановых сплавов [4-6].

Во всех дальнейших вариантах анализа ось z будет направлена вдоль высоты шестигранной призмы кристаллита с ГПУ решеткой.

При растяжении или сжатии вдоль оси z (рис.2, а) $\sigma_{rr}=\sigma_{\varphi\varphi}=\sigma_{ij}(i \neq j)=0$. После подстановки этих значений в уравнение (15) оно преобразуется к виду:

$$2F \cdot \sigma_{zz}^2 = 1, \quad (16)$$

откуда следует, что $\sigma_{zz} = \pm \frac{1}{\sqrt{2F}}$.

В случае растяжения или сжатия вдоль оси φ (рис. 2, б) справедливы следующие соотношения между напряжениями: $\sigma_{rr}=\sigma_{zz}=\sigma_{ij}(i \neq j)=0$.

Таким образом, уравнение (15) можно преобразовать к виду:

$$(H + F) \cdot \sigma_{\varphi\varphi}^2 = 1, \quad (17)$$

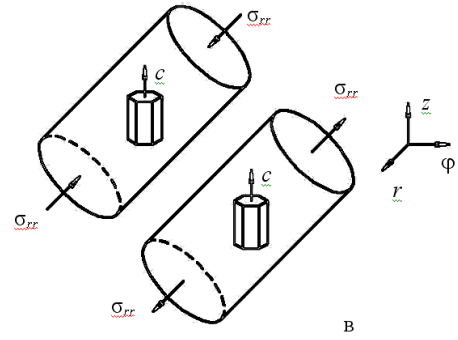
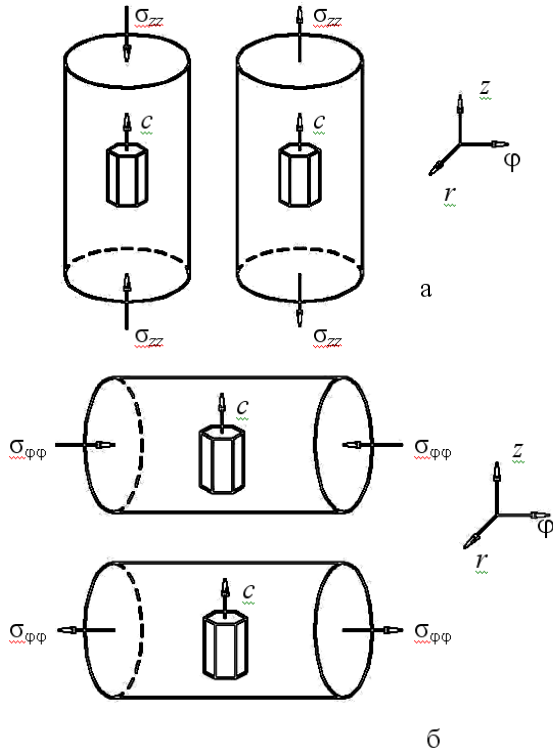


Рис. 2. Схемы одноосного растяжения или сжатия: а – вдоль направления оси z , б – вдоль направления оси φ , в – вдоль направления оси r

откуда следует, что $\sigma_{\varphi\varphi} = \pm \frac{1}{\sqrt{H + F}}$.

Аналогичным образом можно показать, что для случая растяжения или сжатия вдоль оси r (рис. 2, в) справедливо следующее соотношение:

$$(H + F) \cdot \sigma_{rr}^2 = 1, \quad (18)$$

а, следовательно, $\sigma_{rr} = \pm \frac{1}{\sqrt{H + F}}$.

На основе полученных соотношений можно сделать следующие выводы. Во-первых, для описания процесса осадки заготовки из ГПУ металла в условиях малого трения достаточно одного или двух параметров анизотропии.

Во-вторых, для определения параметров анизотропии H и F в образцах с острой текстурой достаточно проведения двух стандартных испытаний на осадку (или растяжение) цилиндрических образцов. Один образец своей образующей должен быть направлен вдоль нормали к базовой плоскости кристаллитов ГПУ решетки, второй перпендикулярно к этой нормали.

Осесимметричное напряженное состояние рассмотрим на примере волочения прутка (цилиндрической заготовки), показанном на рис 3.

В случае если направление волочения совпадает с направлением оси z (рис. 3, а), тензор напряжений имеет вид:

$$T_{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{rr} & 0 & \sigma_{rz} \\ 0 & \sigma_{\varphi\varphi} & 0 \\ \sigma_{rz} & 0 & \sigma_{zz} \end{pmatrix}.$$

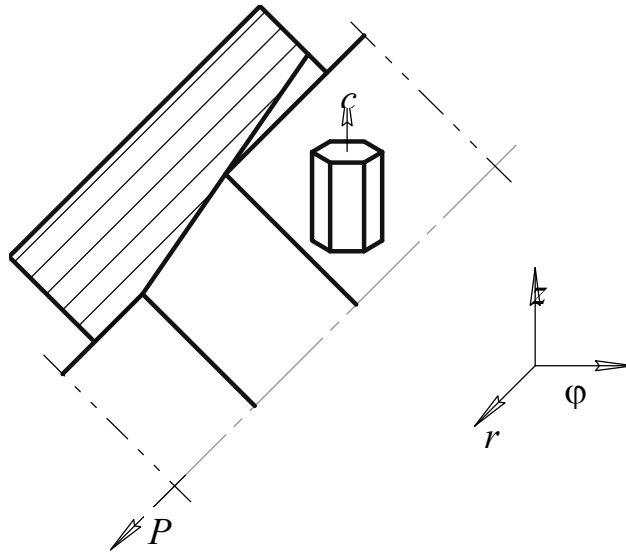


Рис. 3. Схема волочения прутка: а – вдоль направления оси z , б – вдоль направления оси φ , с – вдоль направления оси r

Исходя из этого, уравнение (15) можно преобразовать к виду:

$$H(\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi})^2 + F(\sigma_{\varphi\varphi} - \sigma_{zz})^2 + F(\sigma_{zz} - \sigma_{rr})^2 + 2L \cdot \sigma_{rz}^2 = 1. \quad (19)$$

В случае если волочение производится в направлении, определяемом осью φ (рис. 3, б), тензор напряжений можно представить в виде:

$$T_\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{zz} & 0 & \sigma_{z\varphi} \\ 0 & \sigma_{rr} & 0 \\ \sigma_{z\varphi} & 0 & \sigma_{\varphi\varphi} \end{pmatrix}.$$

Учитывая это, уравнение (15) можно представить в виде:

$$H(\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi})^2 + F(\sigma_{\varphi\varphi} - \sigma_{zz})^2 + F(\sigma_{zz} - \sigma_{rr})^2 + 2(2H + F) \cdot \sigma_{r\varphi}^2 = 1.$$

На основе полученных результатов можно сделать вывод, что для описания напряженного состояния при осесимметричной деформации необходимо знать три параметра анизотропии – H , F и L . Знание двух параметров достаточно лишь в случае, когда в прутке имеется тангенциальная текстура.

В реальном техническом процессе осевая текстура, представленная на рис. 3, а практически не встречается, в то время как текстуры в прутке, представленные на рис. 3, б и рис. 3, в, являются возможными.

Рассмотрим частный случай – плоскую деформацию (в плоскости главных осей анизотропии x , y). Наиболее близко такому процессу соответствует листовая прокатка. Для плоского деформированного состояния справедливы следующие соотношения между напряжениями:

$$\sigma_{yz} = \sigma_{zx} = 0;$$

$$H(\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi})^2 + F(\sigma_{\varphi\varphi} - \sigma_{zz})^2 + F(\sigma_{zz} - \sigma_{rr})^2 + 2L \cdot \sigma_{rz}^2 = 1. \quad (20)$$

Ориентация кристаллитов, показанная на рис. 3, б, соответствует радиальной текстуре в прутке.

В случае если волочение проводится в направлении, определяемом осью r (рис. 3, в), тензор напряжений можно представить в виде:

$$T_\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{\varphi\varphi} & 0 & \sigma_{r\varphi} \\ 0 & \sigma_{zz} & 0 \\ \sigma_{r\varphi} & 0 & \sigma_{rr} \end{pmatrix}.$$

Для этого случая уравнение (15) примет вид:

$$\sigma_{zz} = \frac{1}{2}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) = \sigma_{ii}.$$

После подстановки этих соотношений в уравнение (15) получим:

$$H(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + F(\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + F(\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + 2(2H + F)\sigma_{xy}^2 = 1$$

Члены уравнения (22) можно привести к виду:

$$F(\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 = F\left(\frac{1}{2}\sigma_{yy} - \frac{1}{2}\sigma_{xx}\right)^2 = \frac{1}{4}F(\sigma_{yy} - \sigma_{xx})^2;$$

$$F(\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 = F\left(\frac{1}{2}\sigma_{yy} - \frac{1}{2}\sigma_{xx}\right)^2 = \frac{1}{4}F(\sigma_{yy} - \sigma_{xx})^2$$

В результате преобразований получим:

$$(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 4\sigma_{xy}^2 = \frac{2}{2H + F}.$$

Это уравнение аналогично условию текучести изотропного материала, находящегося в плоском деформированном состоянии: $(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 4\sigma_{xy}^2 = 4\tau_s^2$, где τ_s – сопротивление деформации на сдвиг.

Иное расположение кристаллитов в листе не приводит к упрощению уравнения (15), поэтому здесь не рассматривается.

Отдельным вопросом, требующим специального подхода и дополнительных формулировок, является учет различия в пределах текучести на растяжение и сжатие для сплавов указанного типа, на что обращено внимание в статьях С.Я. Бецофена [11,12]. Более подробно иные частные случаи записи условия текучести обсуждаемого вида изложены в статье [13].

Таким образом, при необходимости изучения параметров анизотропии для описания пластического состояния материала системой уравнений Р.Хилла необходимо учитывать особенности строения кристаллической решетки материала. Для материалов с ГПУ-решеткой и ярко выраженной текстурой возможно сокращение (минимизация) количества параметров анизотропии и связанное с этим уменьшение количества опытов для их определения. Минимизация количества параметров анизотропии связана с видом напряженно-деформированного состояния и ориентацией текстуры относительно оси заготовки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Adamesku R. A., Mityushov E. A. and Roshcheva T. A. Description of the yielding of a single crystal with cpu symmetry by a tensor-polynomial condition. Springer, New York. Russian Physics Journal. Volume 32, Number 5. PP. 327-331.
- Логинов Ю.Н., Пышминцев И.Ю., Попов А.А., Лунина Т.Г. Свойства прессованного гранулированного магниевого сплава со сверхмелкозернистой структурой. Известия вузов. Цветная металлургия, 1998, №6. С.41-44.
- Логинов Ю.Н., Буркин С.П., Сапунжи В.В. Изучение упрочнения и разупрочнения магния с учетом анизотропии свойств. Известия вузов. Цветная металлургия, 1999, №6. С.42-46.
- Loginov Yu.N., Smirnov V.G., Kotov V.V. Rheological characteristics of extruded tube from GRADE 9 titanium alloy. Stainless steel world, 2006, v.18. PP.51-55.
- Логинов Ю.Н., Котов В.В. Анизотропия свойств титанового сплава. Вестник Уральского государственного технического университета - УПИ, 2005, №13(65). С.187-189.
- Логинов Ю.Н., Смирнов В.Г., Котов В.В. Особенности реологических характеристик прессованных труб из титанового сплава GRADE 9. В сб.тр.1 Росс. конф. «Кузнецы Урала-2005», Екатеринбург, 2005. С.55-66.
- Буркин С.П., Логинов Ю.Н., Разинкин А.В., Сапунжи В.В. Высокопроизводительная технология изготовления магниевых заготовок под закрытую штамповку. Кузнечно-штамповочное производство, 2001, №1. С.11-15.
- Титановые сплавы: Металловедение титана и его сплавов/ С.П. Белов, М.Я.Брун, С.Г.Глазунов, А.А.Ильин и др.; Под ред. Б.А.Колачева, С.Г.Глазунова. М.: Металлургия, 1992. 352с.
- Ильин А.А. Механизм и кинетика фазовых и структурных превращений в титановых сплавах. М.: Наука, 1994. 304с.
- Hill R. A theory of yielding and plastic flow of anisotropic materials. *Proc. R. Soc. London, Ser. A* 193 (1947), pp. 281–297.
- Бецофен С.Я., Рубина Е.Б. О текучести текстурированных сплавов с ГПУ-решеткой. Металлы, 1989. №6. С.152-160.
- Рубина Е.Б., Бецофен С.Я. Механизм пластической деформации титанового альфа-сплава титан-алюминий-ванадий. Физика металлов и материаловедение, 1990. №4. С.192-198.
- Loginov Yu.N., Solovei V.D., Kotov V.V. Transformation of the Yielding Condition during the Deformation of HCP Metallic Materials. Russian Metallurgy. 2010, No. 3, P. 235–240.